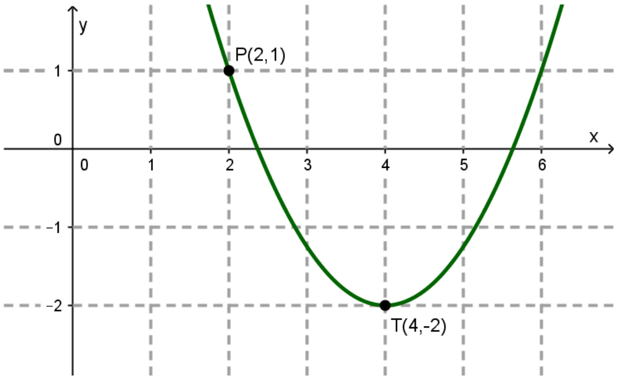
Voorbeeldoplossing toets rechten en parabolen *(zonder GRM) – reeks A*

1. Je ziet hiernaast de parabool getekend met als top het punt $T(4,-2)$ die ook door het punt $P(2,1)$ gaat.

   Stel de vergelijking op van deze parabool (in standaardvorm) en bepaal zijn snijpunt met de y-as.



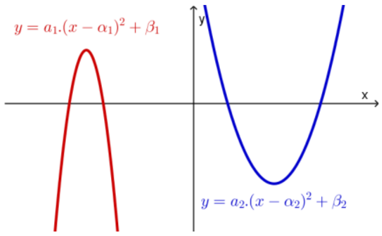
$\alpha = 4, \beta = -2 \Rightarrow p \leftrightarrow y = a.(x-4)^2 - 2$

$P(2,1) \in p \Leftrightarrow 1 = a.(2-4)^2 - 2 \Leftrightarrow 1 = 4a - 2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$

Dus: $p \leftrightarrow y = \frac{3}{4}.(x-4)^2 - 2$. Vereenvoudigd tot de standaardvorm geeft dit: $p \leftrightarrow y = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 10$.

Deze parabool snijdt de y-as in het punt $S(0,10)$ (dit vind je door $x = 0$ te stellen in de vergelijking).

2. Op de figuur hiernaast zie je twee parabolen getekend met hun bijhorende vergelijking.



   Vul telkens de ……… in met <, > of =, en geef een korte verklaring voor je antwoord.

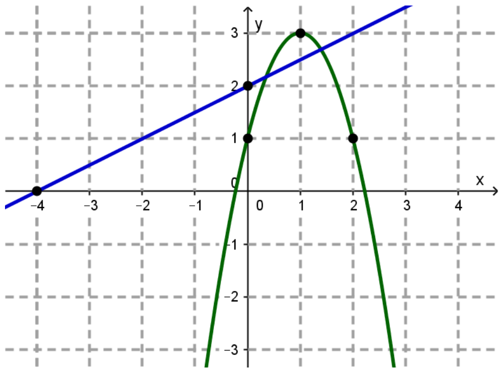
   $a_1 < a_2$, want: $a_1 < 0$ (bergparabool) en $a_2 > 0$ (dalparabool).

   $|a_1| > |a_2|$, want: de linkse parabool is smaller.

   $\alpha_1 < \alpha_2$, want: de top van de linkse parabool ligt links van de top van de rechtse parabool.

   $\beta_1 > \beta_2$, want: de top van de linkse parabool ligt hoger dan de top van de rechtse parabool.

3. Teken de grafiek van $p \leftrightarrow y = 1 + 4x - 2x^2$ en $r \leftrightarrow x - 2y + 4 = 0$.



   $p \leftrightarrow y = -2x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \alpha = -\frac{4}{-4} = 1, \ \beta = f(1) = -2 + 4 + 1 = 3$

   De top van de parabool is dus $T(1,3)$ en de openingscoëfficiënt is $a = -2$.

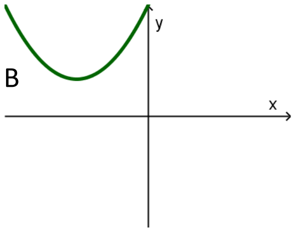
   Stel je bij de rechte $r \leftrightarrow x - 2y + 4 = 0$ …

   $x = 0$ dan vind je $y = 2 \Rightarrow (0,2) \in r$

   $y = 0$ dan vind je $x = -4 \Rightarrow (-4,0) \in r$

4. Bepaal het beeld van de functie $f(x) = 3(x-1)^2 - 4$. Dit is een dalparabool met $\beta = -4$, dus $bld\ f = [-4, +\infty[$.

5. Welke van de grafieken hieronder kan de grafiek zijn van $p \leftrightarrow y = ax^2 + bx + c$ als je weet dat a, b en c strikt positieve reële getallen zijn $(a, b, c \in \mathbb{R}_0^+)$? Verklaar kort je antwoord.



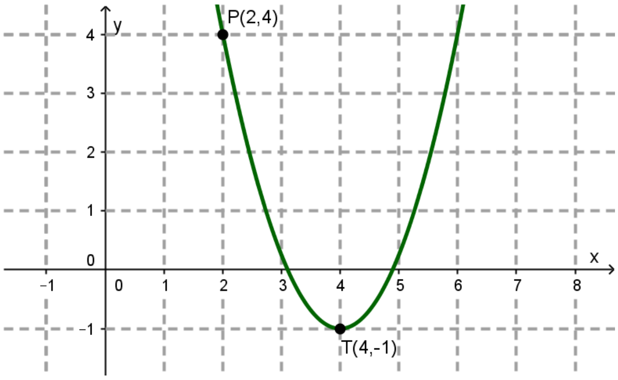
B is de enige juiste mogelijkheid:

- Het moet zeker een dalparabool zijn want $a>0$.
- Hij moet de y-as snijden in een punt boven de x-as want $c>0$.
- Verder moet de top links van de y-as liggen want $\alpha=-\dfrac{b}{2a}<0$ (omdat $a>0 \wedge b>0$)

Voorbeeldoplossing toets rechten en parabolen *(zonder GRM) – reeks B*

1. Je ziet hiernaast de parabool getekend met als top het punt $T(4,-1)$ die ook door het punt $P(2,4)$ gaat.

   Stel de vergelijking op van deze parabool (in standaardvorm) en bepaal zijn snijpunt met de y-as.



$$\alpha=4,\ \beta=-1 \Rightarrow\ p \leftrightarrow y=a.(x-4)^2-1$$

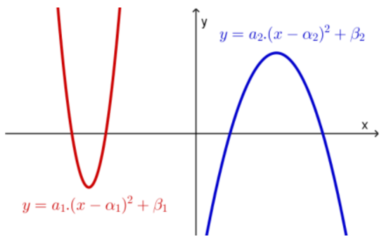
$$P(2,4)\in p \Leftrightarrow 4=a.(2-4)^2-1 \Leftrightarrow 4=4a-1 \Leftrightarrow a=\frac{5}{4}$$

Dus: $p \leftrightarrow y=\frac{5}{4}.(x-4)^2-1$. Vereenvoudigd tot de standaardvorm geeft dit: $p \leftrightarrow y=\frac{5}{4}x^2-10x+19$.

Deze parabool snijdt de y-as in het punt $S(0,19)$ (dit vind je door $x=0$ te stellen in de vergelijking).

2. Op de figuur hiernaast zie je twee parabolen getekend met hun bijhorende vergelijking.

   Vul telkens de ……… in met <, > of =, en geef een korte verklaring voor je antwoord.



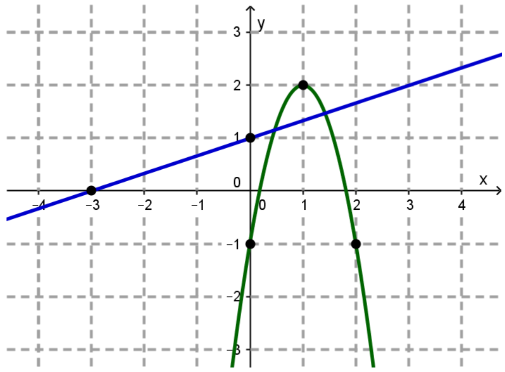
a_1 > a_2, want: $a_1>0$ (dalparabool) en $a_2<0$ (bergparabool).

$|a_1|$ > $|a_2|$, want: de linkse parabool is smaller.

α_1 < α_2, want: de top van de linkse parabool ligt links van de top van de rechtse parabool.

β_1 < β_2, want: de top van de linkse parabool ligt lager dan de top van de rechtse parabool.

3. Teken de grafiek van $p \leftrightarrow y=6x-1-3x^2$ en $r \leftrightarrow x-3y+3=0$.



$$p \leftrightarrow y=-3x^2+6x-1 \Rightarrow\ \alpha=-\frac{6}{-6}=1,\ \beta=f(1)=-3+6-1=2$$

De top van de parabool is dus $T(1,2)$ en de openingscoëfficiënt is $a=-3$.

Stel je bij de rechte $r \leftrightarrow x-3y+3=0$ …

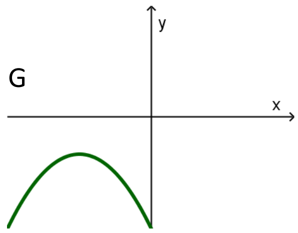
$x=0$ dan vind je $y=1 \Rightarrow (0,1)\in r$

$y=0$ dan vind je $x=-3 \Rightarrow (-3,0)\in r$

4. Bepaal het beeld van de functie $f(x) = -4(x-1)^2 + 3$. Dit is een bergparabool met $\beta = 3$, dus $bld\ f =]-\infty, 3]$.

5. Welke van de grafieken hieronder kan de grafiek zijn van $p \leftrightarrow y = ax^2 + bx + c$ als je weet dat a, b en c strikt negatieve reële getallen zijn $(a, b, c \in \mathbb{R}_0^-)$? Verklaar kort je antwoord.

G



G is de enige juiste mogelijkheid:

- Het moet zeker een bergparabool zijn want $a < 0$.
- Hij moet de y-as snijden in een punt onder de x-as want $c < 0$.
- Verder moet de top links van de y-as liggen want $\alpha = -\dfrac{b}{2a} < 0$ (omdat $a < 0 \wedge b < 0$)